

# De la Combinatoire à l'école élémentaire

*PIERO BRUNET*

Enseignant à l'école élémentaire. Formateur de mathématique. Président de Mathésis, association d'enseignants de mathématique. Responsable actuel du cours universitaire de Sciences de la formation primaire, structure didactique d'Aoste.

*Les activités de Combinatoire jouent un rôle fort important dans le processus de construction des structures mathématiques.*

*Les stratégies que chaque élève est amené à mettre en œuvre lorsqu'il se trouve face à un problème de Combinatoire laissent une trace notable dans l'élaboration de la pensée mathématique et scientifique.*



## Construction de modèles

Il est tout à fait naturel, en Combinatoire, d'utiliser le concept général de modèle pour indiquer différents types d'arrangements ou de combinaisons avec ou sans répétition. Les éléments de ces ensembles, qui doivent généralement être différents, forment des suites ou des cycles et obéissent à des règles données.

## Concrétisation des modèles

Les objets les plus communs, présents en classe ou facilement repérables, se prêtent parfaitement à être exploités :

- des bouchons de forme et de couleur différentes permettent de construire des rangées;
- on peut les placer dans des boîtes interchangeables ou non;
- des lettres de l'alphabet ou des syllabes permettent de former des suites d'un certain nombre de mots, respectant certaines règles;
- le chant et le dessin peuvent également être exploités pour des concrétisations fort intéressantes.

## Symbolisation des modèles

Après une première phase dédiée essentiellement à des activités liées à la manipulation, les élèves sont prêts à apprécier l'utilité de la symbolisation: des traits de couleurs au lieu de pots de fleurs, les initiales au lieu des mots entiers, des nombres au lieu de ...

## Recherche systématique des modèles

Cette étape commence par le groupement des modèles possédant une caractéristique commune. Ainsi, par exemple, on peut déterminer toutes les rangées de trois points en utilisant trois couleurs: du rouge, du jaune, du bleu. Les rangées qui contiennent ces trois couleurs appartiennent à l'ensemble cherché, mais celles qui contiennent une ou deux couleurs appartiennent à d'autres ensembles. On peut alors classer ensemble les rangées qui

commencent par une même couleur et dans chaque ensemble regrouper celles dont le second point est de même couleur. Cette méthode de classement permet de créer un *ordre* sur l'ensemble des rangées lorsqu'on se donne un ordre sur l'ensemble des couleurs. Cette activité peut servir de point de départ pour la découverte de la notion de relation d'ordre.

## Recherche systématique de tous les modèles obéissant aux mêmes règles

Cette recherche peut être simplifiée par l'utilisation semi-abstraite, les arbres par exemple. Dans certains cas, il suffit de commencer la représentation effective et d'imaginer la suite. Très vite, le dénombrement des modèles possibles devient un problème plus important que celui de la détermination effective des modèles eux-mêmes.

## Variation des paramètres et des situations

Dans l'exemple précédent, nous avons deux paramètres: le nombre de couleurs (trois: rouge, jaune et bleu) et le nombre de points par rangée (trois également). Il est intéressant de faire varier ces paramètres; les enfants sont ainsi conduits à dresser une table à double entrée. Dans chaque case, ils portent le nombre correspondant de modèles. Ils examinent les résultats et essaient de faire des généralisations; ils pourront éventuellement traduire la table à l'aide de formules.

Le processus que nous avons proposé n'est qu'un banal exemple qui permet de conduire à la formation du concept d'*arrangement avec répétition* et à la découverte des *classes d'équivalence*. En fait, il ne couvre qu'une partie des situations combinatoires possibles.

Les élèves habitués à l'esprit de la Combinatoire ont tendance à rechercher les liens entre les situations proposées dans diverses branches mathématiques et non seulement mathématiques.

**comb 1**

Nom \_\_\_\_\_ date \_\_\_\_\_  
Prénom \_\_\_\_\_ classe de \_\_\_\_\_

**Riki, Toutou et Ponpon**

Riki le  coq, Toutou le  chien et  
Ponpon le  lapin, ont décidé de partir en  
Moi je marcherai devant vous, dit  je suis le plus fort.  
Moi je cours très vite, je dois être le premier, dit   
J'ai décidé, dit le  j'irai en tête, suivez-moi !

**Suggestions de travail:**

Cherche des solutions pour faire marcher chacun des trois amis en tête, à tour de rôle.

1 \_\_\_\_\_  
2 \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**comb 1.1**

Nom \_\_\_\_\_ date \_\_\_\_\_  
Prénom \_\_\_\_\_ classe de \_\_\_\_\_

Découpe ces images et colle-les, l'une à côté de l'autre, de façon à obtenir des séquences correctes.



Exemple:



**comb 1.2**

Nom \_\_\_\_\_ date \_\_\_\_\_  
Prénom \_\_\_\_\_ classe de \_\_\_\_\_

**Passe la balle**



On forme des équipes égales (même nombre d'élèves).  
Les membres de chaque équipe sont placés en file indienne.  
L'élève qui est en tête de file a une balle qu'il tient avec ses deux mains. Le jeu consiste à passer la balle au coéquipier qui se trouve immédiatement derrière lui (sans la lancer et sans se tourner) en la faisant passer au-dessus de sa tête.  
Lorsque l'élève a passé la balle, il va se placer en queue de son équipe.



Le jeu se termine lorsque l'élève qui occupait la première position se retrouve à nouveau en tête.  
L'équipe qui termine son jeu la première a gagné.

**Question:**

Combien de déplacements (celui qui est en tête passe en queue) sont nécessaires, dans un équipe de 16 élèves, pour permettre à chacun d'occuper, une et une seule fois, la première position ?

**comb 2**

Nom \_\_\_\_\_ date \_\_\_\_\_  
Prénom \_\_\_\_\_ classe de \_\_\_\_\_

Trois fenêtres.



Trois pots de fleurs.



Chaque fenêtre un pot de fleur.



**Suggestions de travail:**

Déplace les pots de fleurs pour trouver toutes les différentes solutions.

1 \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2 \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_