

# La division avec reste

P. Brunet - Enseignant

Une nouvelle série d'articles sur un sujet qui procure de nombreuses difficultés aux élèves et aux instituteurs.

**Le reste d'une division ne peut jamais être égal ou plus grand que le diviseur.**

Voilà un concept que certains enfants ont bien de la peine à retenir et surtout à mettre couramment en pratique.

— \* —

Au cours des cinq années de l'école élémentaire les élèves vont acquérir une certaine maîtrise de la technique des opérations ainsi que quelques notions intuitives de leurs propriétés.

Les propriétés des opérations, mises en évidence dans l'ensemble des nombres naturels, seront plus tard, au cours de la scolarité suivante, largement utilisées dans l'ensemble des nombres réels, puis dans le calcul littéral.

D'une part il s'agit d'assurer, aux élèves, la maîtrise d'outils tels que table de multiplication, table d'addition, techniques de calculs, symboles mathématiques conventionnels.

D'autre part, il est indispensable de développer la compréhension du sens des opérations en cherchant toutes les occasions permettant de détecter les situations d'addition, de soustraction,

de multiplication ou de division en travaillant sur les structures logiques de ces opérations.

Avec les fiches qui suivent je me propose de mettre à disposition des enseignants quelques suggestions permettant de travailler sur les structures de l'opération de division et en particulier sur le **reste**.

L'acquisition d'une certaine familiarité avec cet objet mathématique qu'est le reste va permettre aux enfants de pénétrer quelques secrets concernant les classes de reste, vues comme classes d'équivalence.

Le travail proposé démarre par l'approche de l'algorithme de la division qui est basé sur la tech-

nique des soustractions successives.

Par un jeu faisant intervenir des distributions d'objets, les enfants sont amenés à faire d'abord des prévisions et puis à observer les restes possibles dans une division entre nombres naturels.

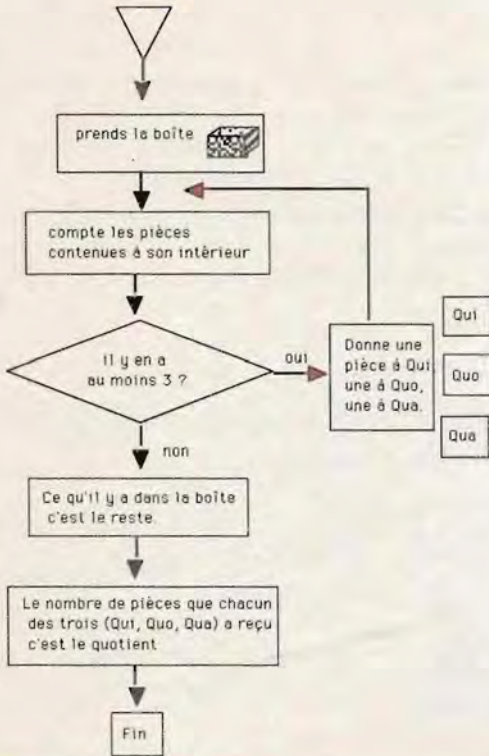
Les fiches qui suivent permettent à l'élève de faire un certain nombre de réflexions leur permettant de familiariser avec l'ensemble des structures liées à l'opération de la division.

*Ce travail a été conçu pour des enfants de la classe de troisième, mais il peut également être exploité en classe de quatrième élémentaire.*



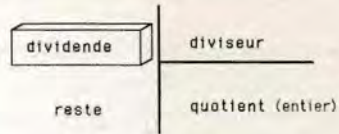
Photo P. Brunet

# Le reste dans la division



## Reste 0

fiche pour l'élève



Ex:  $16 : 3 =$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 15 \quad | \quad 3 \\ \hline \phantom{15} 1 \end{array}$$

le 16 est la dividende

le 3 est le diviseur

le 5 est le quotient (entier)

le 1 est le reste

Recopie sur ton cahier et complète, comme dans l'exemple, les divisions suivantes:

$59 : 8$

$40 : 6$

$65 : 7$

$36 : 4$

$49 : 5$

## Reste 1

fiche pour l'élève

Écris le quotient entier et le reste des divisions suivantes:

dividende	diviseur	quotient entier	reste
0	2	=	○
1	2	=	○
2	2	=	○
3	2	=	○
4	2	=	○
5	2	=	○
6	2	=	○
7	2	=	○
8	2	=	○
9	2	=	○

## Reste 1.1

fiche pour l'élève

Observe chaque colonne de la fiche *Reste 1*.  
Que remarques-tu?

Relie correctement chaque élément de gauche avec son correspondant de droite.

dans la colonne des dividendes

les nombres suivent le rythme suivant : ( 0 0 1 1 2 2 ... )

dans la colonne des diviseurs

les nombres sont en progression ( + 1 )

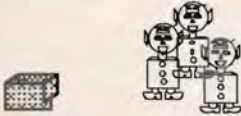
dans la colonne des quotients entiers

le "zéro" et le "un" se succèdent alternativement.

dans la colonne des restes

le nombre est toujours le même

Complète les colonnes du dividende et du diviseur, puis écris le quotient entier et le reste des divisions suivantes:



dividende	diviseur	quotient entier	reste
8	3	=	○
1	3	=	○
2	3	=	○
3		=	○
4		=	○
		=	○
		=	○
		=	○
		=	○
		=	○

Observe chaque colonne de la fiche Rest 2.

Que remarques-tu?

dans la colonne des dividendes:

dans la colonne des diviseurs:

dans la colonne des quotients entiers:

dans la colonne des restes:

Observe attentivement !

0 2 4 6 8 \_ \_ \_

Continue toi-même cette série de dividendes qui, divisé par deux, donnent comme reste zéro.

Les nombres qui apparaissent dans cette série s'appellent: \_\_\_\_\_



Observe attentivement !

1 3 5 7 \_ \_ \_

Continue toi-même cette série de dividendes qui, divisés par deux, donnent comme reste un.

Les nombres qui apparaissent dans cette série s'appellent: \_\_\_\_\_

Complète les colonnes comme il convient.

dividende	diviseur	quotient entier	reste
8	4	=	○
1	4	=	○
2	4	=	○
3		=	○
4		=	○
		=	○
		=	○
		=	○
		=	○

**Reste 5**

fiche pour l'élève

Complète les colonnes comme il convient.

dividende	diviseur	quotient entier	reste
0	1	=	<input type="text"/>
1	1	=	<input type="text"/>
2	1	=	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>



Observe attentivement le contenu de chaque colonne et écris tes remarques :

---

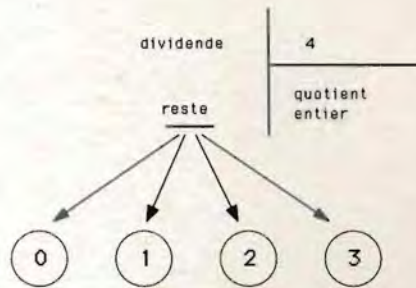


---

**Rest 6**

fiche pour l'élève

Complète les colonnes des dividendes qui forment les classes de reste module quatre.



dividende	dividende	dividende	dividende
0	1		3
4		6	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

**Reste 7**

fiche pour l'élève



Les classes de restes forment une partition\* de l'ensemble  $\mathbb{N}$  des nombres naturels.

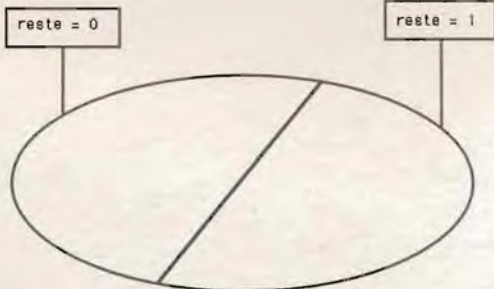
$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$



**Classes de reste modulo 2**

Place les nombres suivants dans le sous-ensemble qui convient.

- 17 ; 0 ; 8 ; 6 ; 125 ; 3 ; 18 ; 62 ; 100 ; 99 ; 16 ; 24 ; 51 ; 223  
29 ; 6 ; 36 ; 66 ; 45



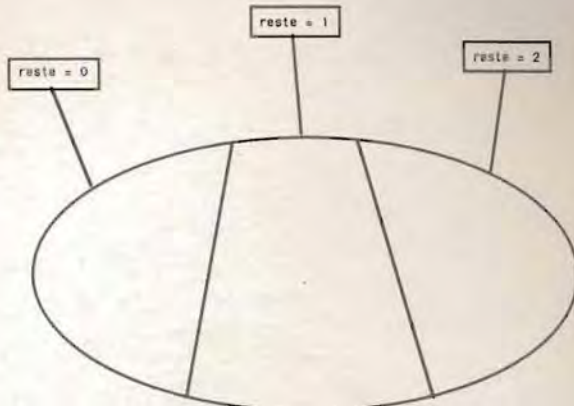
**Reste 8**

fiche pour l'élève

**Classes de reste modulo 3**

place les nombres suivants dans le sous-ensemble qui convient.

- 11 ; 2 ; 0 ; 16 ; 38 ; 77 ; 5 ; 6 ; 45 ; 27 ; 66 ; 8 ; 1 ;  
19 ; 32 ; 12 ; 9 ; 3 ; 100 ; 7 ; 140 ; 500 ; 82 ; 21

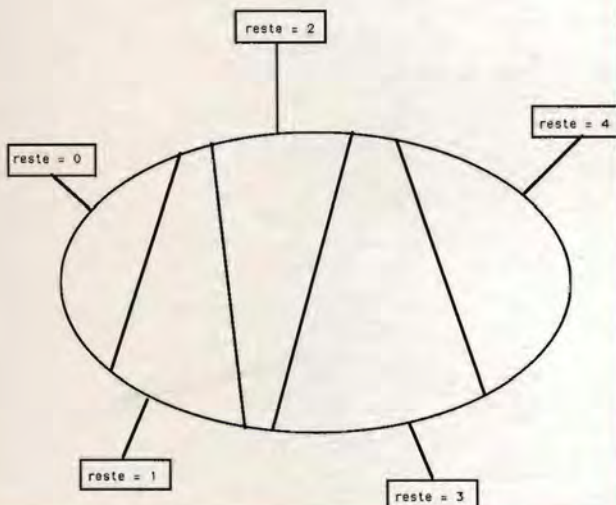


\* Partition : partage d'un ensemble en parties non vides ...

Classes de reste modulo 5

place les nombres suivants dans le sous-ensemble qui convient.

15 ; 7 ; 2 ; 20 ; 38 ; 43 ; 4 ; 11 ; 90 ; 29 ; 67 ; 10 ; 3 ;  
21 ; 34 ; 14 ; 8 ; 9 ; 102 ; 26 ; 100 ; 46 ; 82 ; 0



colonne A	+	colonne B	=	colonne C
3	+	7	=	_____
5	+	11	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____

Suggestion de travail:

- 1) Remplis les colonnes A et B avec des nombres impairs.
- 2) Trouve les résultats dans la colonne C.
- 3) Observe avec attention la colonne C. Que remarques-tu ?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

colonne A	+	colonne B	=	colonne C
4	+	6	=	_____
2	+	12	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____

Suggestion de travail:

- 1) Remplis les colonnes A et B avec des nombres Pairs.
- 2) Trouve les résultats dans la colonne C.
- 3) Observe avec attention la colonne C. Que remarques-tu ?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

colonne A	+	colonne B	=	colonne C
6	+	9	=	_____
2	+	35	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____
_____	+	_____	=	_____

Suggestion de travail:

- 1) Remplis la colonne A avec des nombres Pairs.
- 2) Remplis la colonne B avec des nombres Impairs.
- 3) Trouve les résultats dans la colonne C.
- 4) Observe avec attention la colonne C. Que remarques-tu ?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

colonne A	+	colonne B	=	colonne C
3	+	2	=	5
17	+	16	=	33
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—
—	+	—	=	—

Suggestion de travail:

- 1) Remplis la colonne A avec des nombres impairs.
- 2) Remplis la colonne B avec des nombres Pairs.
- 3) Trouve les résultats dans la colonne C.
- 4) Observe avec attention la colonne C. Que remarques-tu ?

---

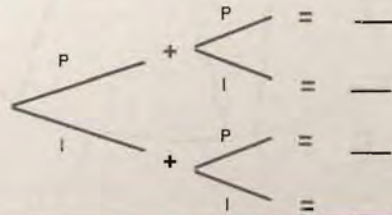


---

Complète les tableaux suivants:

				Pair	Impair
Pair	+	Pair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Pair	+	Impair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Impair	+	Pair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Impair	+	Impair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

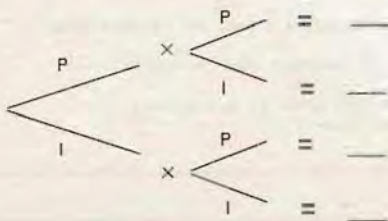
+	P	I
P		
I		



Complète les tableaux suivants:

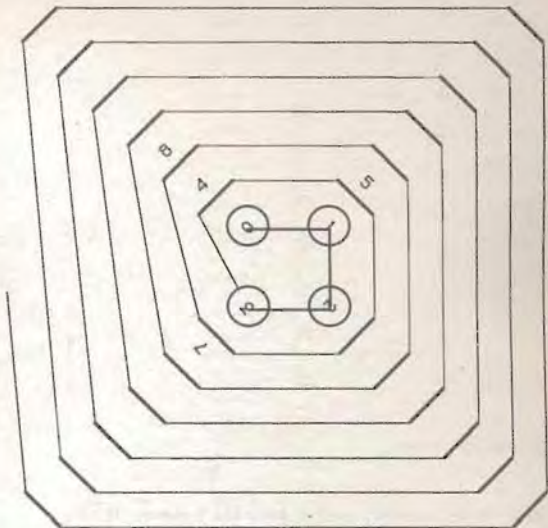
				Pair	Impair
Pair	x	Pair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Pair	x	Impair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Impair	x	Pair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
impair	x	Impair	=	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

x	P	I
P		
I		



Classes de reste modulo quatre.

Observe le dessin en forme de spirale et essaye de le compléter.



As-tu des remarques à faire ? Lesquelles ?

---



---

Classes de reste modulo quatre.

Observe le tableau suivant puis complète-le.

					18	
						23
		12	13			
		6		10		
		4	5			7
		0	1	2	3	
		17				
				6		
				11		

Classes de reste modulo quatre.

Attention !



nombre de la classe "reste 3"  
 nombre de la classe "reste 2"  
 nombre de la classe "reste 2"

Observe le tableau suivant puis complète-le.

exemple

$$8 \times 3 = 24$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \circledast & \circledast & \circledast \\ 0 & 3 & 0 \end{matrix}$$

		26	29	30	31
		24	25	26	27
		20	21	22	23
		16	17	18	19
		12	13	14	15
		8	9	10	11
		4	5	6	7
		0	1	2	3
28	24				
29	25				
30	26				
31	27				

Classes de reste modulo quatre.

Attention !



nombre de la classe "reste 3"  
 nombre de la classe "reste 2"  
 nombre de la classe "reste 1"

Observe le tableau suivant puis complète-le.

exemple

$$11 + 10 = 21$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \circledast & \circledast & \circledast \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix}$$

					18	
						23
		12	13			
		8	9	10		
		4	5	6		7
		0	1	2	3	
28	24	20	16	12	8	4
29	25	21	17	13	9	5
30	26	22	18	14	10	6
31	27	23	19	15	11	7

Observe les tableaux suivants puis complète-les.

Classes de reste modulo deux.

	0	1
0		
1		



Classes de reste modulo trois.



	0	1	2
0			
1			
2			

Observe les tableaux suivants puis complète-les.

Classes de reste modulo deux.

l'addition



+	0	1
0	○	○
1	○	○



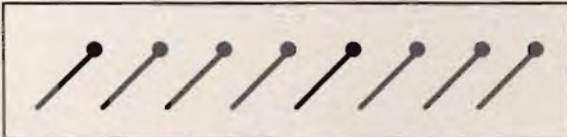
la multiplication



×	0	1
0	○	○
1	○	○

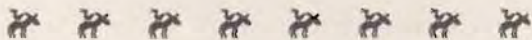
**Jeu des allumettes:**

Deux personnes ont à disposition un ensemble de huit allumettes.



A tour de rôle ils doivent enlever de l'ensemble une ou deux allumettes.

Celui qui enlève la dernière a perdu.



Cherche la stratégie qui permet de gagner à celui qui commence en premier.

allumettes

	1	2	3	4	5	6	7	8			
je perds											
je gagne											

Observe les tableaux suivants puis complète-les.

Classes de reste modulo quatre.



+	0	1	2	3
0	○	○	○	○
1	○	○	○	○
2	○	○	○	○
3	○	○	○	○

Classes de reste modulo cinq.



+	0	1	2	3	4
0	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○



Photo P. Brunet