Le Calcul Mental(2)

Piero Brunet

Les stratégies mises en œuvre dans le calcul mental se placent à un niveau bien différent par rapport à celles qui sont exploitées par l'élève à l'occasion du calcul écrit.

Le calcul mental privilégie:

- l'imagination et la fantaisie
- le raisonnement hypothético - déductif
- l'évaluation approximative des résultats obtenus
- l'utilisation des propriétés des différentes opérations, en particulier:

a)
La propriété **associative** de l'addition et de la multiplication

$$\mathbf{a + (b + c) = (a + b) + c}$$

ex: $8 + (2 + 5) = (8 + 2) + 5$
$8 + 7 = 10 + 5$

$$\mathbf{a \times (b \times c) = (a \times b) \times c}$$

ex: $5 \times (2 \times 8) = (5 \times 2) \times 8$
$5 \times 16 = 10 \times 8$

b)
La propriété **distributive** de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction

$$\mathbf{(a + b) \times c = a \times c + b \times c}$$

ex: $(5 + 3) \times 7 = 5 \times 7 + 3 \times 7$
$8 \times 7 = 35 + 21$

$$\mathbf{(a - b) \times c = a \times c - b \times c}$$

ex: $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 - 3 \times 7$
$5 \times 7 = 56 - 21$

c)
La propriété **distributive** de la division par rapport à l'addition et à la soustraction

$$\mathbf{(a + b) : c = a : c + b : c}$$

ex: $(16 + 4) : 2 = 16 : 2 + 4 : 2$
$20 : 2 = 8 + 2$

$$\mathbf{(a - b) : c = a : c - b : c}$$

ex: $(16 - 4) : 2 = 16 : 2 - 4 : 2$
$12 : 2 = 8 - 2$

d)
La propriété **invariante** de la soustraction

$$\mathbf{a - b = (a + c) - (b + c)}$$

ex: $13 - 8 = (13 + 2) - (8 + 2)$
$13 - 8 = 15 - 10$

$$\mathbf{a - b = (a - c) - (b - c)}$$

ex: $13 - 8 = (13 - 3) - (8 - 3)$
$13 - 8 = 10 - 5$

e)
La propriété **invariante** de la division

$$\mathbf{a : b = (a : c) : (b : c)}$$

ex: $16 : 4 = (16 : 2) : (4 : 2)$
$4 = 8 : 2$

$$\mathbf{a : b = (a \times c) : (b \times c)}$$

ex: $15 : 5 = (15 \times 2) : (5 \times 2)$
$3 = 30 : 10$

f)
La propriété **invariante** des fractions
(voir propriété invariante de la division)

g)
La propriété **commutative** de l'addition et de la multiplication

$$\mathbf{a + b = b + a}$$

ex: $8 + 4 = 4 + 8$

$$\mathbf{a \times b = b \times a}$$

ex: $8 \times 4 = 4 \times 8$

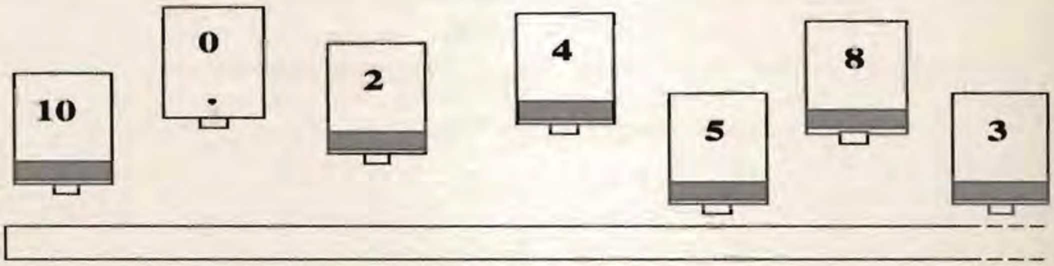
- l'utilisation de modèles mentaux
- . . .

Le calcul écrit privilégie:

- la connaissance des techniques des différentes opérations
- la manualité
- l'observation visuelle
- la précision d'exécution
- l'ordre
- . . .

L'élève qui réussit bien dans le calcul écrit n'est pas nécessairement le plus performant dans le calcul mental.
L'expérience à ce sujet a largement démontré combien sont nombreux les élèves qui, peu intéressés par l'ordre et par la précision dans leurs travaux, sont par contre capable de produire d'excellents résultats lorsqu'ils sont sollicités à utiliser l'imagination et la fantaisie.

Personnellement je considère que, en tant qu'enseignants, nous n'avons pas à être pour le calcul mental et contre le calcul écrit ou pour le calcul écrit, contre le calcul mental. Je pense plutôt qu'il est notre devoir de trouver un juste équilibre entre l'une et l'autre de ces activités à réaliser en classe.



SUITE:

Unité 14

Le double

Exploitation: on demande aux élèves de répondre à la question posée.

Ex: - enseignant: le double de trois ?
- élève: six
- enseignant: le double de cinq ?
- élève: ...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé:
- les doigts des mains
- la baguette magique
- . . .

Observations: le double de chaque nombre naturel est un nombre naturel.

Cette opération est donc toujours possible en N.
Les stratégies mises en œuvre par les élèves sont variées. Elles font souvent appel aux connaissances que les élèves ont au sujet du complémentaire à dix.

Unité 15

La moitié

Exploitation: on demande aux élèves de répondre à la question posée.

Ex: - enseignant: la moitié de dix ?
- élève: cinq
- enseignant: la moitié de huit?
- élève: ...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé:
- les doigts des mains
- la baguette magique
- . . .

Observations: au début on veillera d'utiliser, avec les élèves, exclusivement des nombres pairs, puisque la moitié d'un nombre impair n'est pas un nombre naturel.

Cette opération n'est donc pas toujours possible en N.
Les stratégies mises en œuvre par les élèves sont variées. Elles font souvent appel à des modèles concrets de séparation et à des idées de symétrie.

Unité 16

Le complémentaire à 15; 20; 25

Exploitation: après avoir déclaré le nombre à retenir, par rapport auquel on va déterminer le complémentaire, on demande aux élèves de répondre à la question posée.

Ex: (complémentaire à 15)
- enseignant: cinq ?
- élève: dix
- enseignant: huit ?
- élève: ...

Ex: (complémentaire à 20)
- enseignant: douze ?
- élève: huit
- enseignant: huit ?
- élève: ...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé: aucun

Observations: les stratégies mises en œuvre par les élèves sont variées. Elles font, toutefois, souvent appel aux connaissances que les élèves ont au sujet du complémentaire à dix et du complémentaire à cinq.

Unité 17

$n - 10 = ?$ $(10 \leq n \leq 100)$

Exploitation: l'enseignant veillera à ce que le nombre n, compris entre 10 et 100, soit choisi d'abord parmi les nombres plus petits que 20, puis parmi les multiples de dix, ensuite parmi tous les autres.

Ex:
- enseignant: dix-huit moins dix ?
- élève: huit
- enseignant: trente moins dix ?
- élève: ...
- enseignant: cinquante-quatre moins dix ?
- élève:...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé: la barre numérique

Observations: cette unité permet à l'enseignant de vérifier un certain nombre de compétences passées aux élèves, à l'occasion des activités réalisées en classe au sujet de la dizaine et, par conséquent, de détecter d'éventuelles difficultés liées à la compréhension du fonctionnement de la numération base dix.

Unité 18

table d'addition $n + m = ?$ $(0 \leq n, m \leq 10)$

Exploitation:

- après avoir travaillé à la construction de la table d'addition;
- après avoir fait les remarques nécessaires au sujet de la propriété commutative, responsable de la symétrie des nombres par rapport à une des deux diagonales;
- après avoir observé le comportement du zéro, élément neutre dans l'opération d'addition;
- . . .

On demande aux élèves de mémoriser les valeurs des différentes additions. ⟶

Ex:
- enseignant: cinq plus huit?
- élève: treize
- enseignant: sept plus six ?
- élève: ...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé: aucun

Observations: la mémorisation des différents résultats est fortement influencée par les observations et par les considérations des élèves faites au sujet de la structure de cette table d'addition.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2								10	
2	2		4						10		
3	3			6				10			
4	4				8		10				
5	5					10					
6	6				10		12				
7	7			10				14			
8	8		10						16		
9	9	10								18	
10	10										20

Unité 19

n x 10; n x 100; . . .

Exploitation: - Après avoir travaillé sur les activités spécifiques portant à la compréhension de la valeur de la position des chiffres à l'intérieur d'un nombre, l'élève doit être à même de comprendre que multiplier un nombre par dix, cent, mille, ... signifie multiplier par dix, cent, mille, ... chacune de ses composantes, c'est à dire les unités, les dizaines, les centaines, ... (propriété distributive de la multiplication par rapport à l'addition).

Ex:
32 x 10 = (30 + 2) x 10 = 300 + 20 = 320

Le même raisonnement est fait lorsqu'on multiplie un nombre par 100, par 1000 etc.

Ex:
- enseignant: cinq fois dix?
- élève: cinquante

- enseignant: douze fois dix ?
- élève: ...

- enseignant: quatre fois cent ?
- élève: ...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé: aucun

Observations: l'enseignant doit pouvoir vérifier si, au delà de la technique utilisée par les élèves qui consiste à ajouter un ou plusieurs zéro à droite de chaque nombre multiplié par dix, cent, mille ... il y a la compréhension de ce qui a été fait.

L'opération de multiplication étant toujours possible en N, il n'est pas nécessaire de choisir un nombre particulier à multiplier par 10, 100, etc.

Unité 20

n : 10; n : 100; . . .

Exploitation: - Le travail de l'unité précédente doit être bien assimilé par l'élève avant d'aborder la division par 10, 100, ...
L'enseignant veillera à ce que le nombre n à diviser par 10, 100, ... soit d'abord un multiple, respectivement, de 10, 100, ...

Diviser un nombre par dix, cent, mille, ... signifie diviser par dix, cent, mille, ... chacune de ses composantes, c'est à dire les unités, les dizaines, les centaines, ... (propriété distributive de la division par rapport à l'addition).

Ex :
320 : 10 = (300 + 20 + 0) : 10 = 30 + 2 + 0 = 32

Le même raisonnement est fait lorsqu'on divise un nombre par 100, par 1000 etc.

Ex:
enseignant: soixante divisé par dix ?
élève: six

enseignant: cent divisé par dix ?
élève: ...

enseignant: cent trente divisé par dix ?
élève: ...

Évaluation finale: l'élève doit être à même de répondre très rapidement.

Matériel utilisé: aucun

Observations: comme pour l'unité précédente, l'enseignant doit pouvoir vérifier si, au delà de la technique utilisée par les élèves qui consiste à enlever un ou plusieurs zéro à droite de chaque nombre divisé par dix, cent, mille ... il y a la compréhension de ce qui a été fait.

L'opération de division n'est pas toujours possible en N. Donc il n'est nécessaire de choisir un nombre particulier à diviser par 10, 100, etc si on veut pouvoir travailler à l'intérieur de N.