

L'ARITHMETIQUE AU PREMIER CYCLE

*Deuxième partie:
la place des opérations et des techniques opératoires
dans les plans de travail.*

LES PROGRAMMES

Les programmes 1985 exigent qu'à la fin du premier cycle les enfants sachent exécuter, au moins jusqu'à cent, les additions et les soustractions, les multiplications et les divisions (multiplicateurs et diviseurs à un seul chiffre) à l'aide aussi des concrétisations et des représentations que les enseignants jugent les plus convenables.

Dans les "*indicazioni didattiche*" on conseille de renforcer "*l'acquisizione significativa*" des techniques opératoires (à l'écrit) en utilisant, dans les cas possibles, des schémas algorithmiques différents pour obtenir un même résultat numérique, soit en décomposant de façon différente les nombres, soit en utilisant les propriétés des opérations. Autres conseils: faire acquérir de bons automatismes pour rendre plus précis et plus rapide le calcul mental, à mettre en oeuvre, non seulement pour prévoir et vérifier (même par approximation) le résultat d'opérations écrites complexes, mais aussi pour contrôler, plus tard, les résultats obtenus en employant les caulettes.

Dans leurs prescriptions, nos programmes ne paraissent pas trop rigides à propos des quatre opérations: la notation strictement formelle n'est pas obligatoire puisqu'on admet le recours à d'autres représentations et cela a été apprécié par les pédagogues de toutes tendances, notamment à propos de la division, car au point de vue psychologique les situations de partage et

de contenance sont plus fréquemment présentes que les situations multiplicatives chez les petits du premier cycle.

Par contre, la pratique des techniques "*classiques*" pour exécuter une division, techniques très compliquées et abstraites, ne permet pas aux enfants une acquisition "*significative*": ils ne comprennent pas le pourquoi de chacune des étapes de cette opération.

Il faut rappeler à ce point que dans le paragraphe "*I problemi*" nos programmes affirment qu'il faut fonder et construire les notions mathématiques de base, en partant de situations problématiques concrètes, propres à la vie réelle des enfants; souvent, au cours des deux dernières années les enseignants constatent à regret que leurs élèves, tout en maîtrisant les techniques opératoires, ont des difficultés à résoudre les problèmes. Le divorce entre ces deux capacités se produit si on donne la priorité aux techniques opératoires plutôt qu'à la solution de problèmes. L'enfant de 6 ans est capable de résoudre à sa façon des petits problèmes d'adjonction (accumulation d'objets, de points gagnés,...), de soustraction (perte, confrontation,...), de partage, etc...

Les techniques éducatives radicalement constructivistes sont souvent responsables de certains insuccès scolaires: si par exemple on prétend que les enfants connaissent l'orthographe avant de composer des textes, on fera surtout des dictées et des exercices et par conséquent

les problèmes relatifs à la rédaction resteront inconnus à l'enfant. Les problèmes de type arithmétique se présentent dans la vie quotidienne bien avant que les enfants connaissent des techniques "*normalisées*" pour les résoudre.

En effet à l'âge de 6/7 ans ils sont à même de résoudre, en manipulant les pièces de monnaie, leurs petits problèmes d'achat de glaces et de petits jouets. **Caleb Gattegno**⁽¹⁾ affirmait, en scandalisant certains professeurs de pédagogie et de mathématique de Turin, il y a une quinzaine d'années, que les enfants de cet âge comptent les pièces et même les billets, comme on compte les oignons: 2 cents et 3 cents font 5 cents, autant que 2 oignons et 3 oignons font 5 oignons.

A ce propos, l'expression "*almeno entro il cento*" permet justement de dépasser cette limite: interdire l'emploi des nombres supérieurs à cent au premier cycle chez nous, serait une folie car une importante série d'aspects de la vie quotidienne des enfants serait exclue des activités scolaires.

Si Jean-Paul, à 7 ans, veut acheter une glace de 1000 litres, il est vite capable de satisfaire son désir si on lui permet de manipuler les pièces de monnaie de 100, 200 et 500 litres.

Sans connaître de règles formelles (regroupements par centaines, par milliers; valeur de position des chiffres, propriétés associative et commutative,...) il parvient à la construction d'ensembles de pièces équivalents à

1000 liras en tâtonnant et en posant des questions à ses parents et à ses amis plus grands.

LES TENDANCES ACTUELLES

Si on analyse les études et les réalisations des pédagogues qui ont travaillé dans les classes avec les instituteurs depuis 1980, on peut constater qu'il y a un accord sur certaines stratégies pédagogiques pour éviter le "divorce", dont on parlait ci-dessus, entre les capacités de résoudre des problèmes mathématiques et d'exécuter les opérations arithmétiques et pour favoriser l'acquisition consciente et rationnelle des techniques opératoires. Voilà quelques unes des tendances et suggestions qu'on peut en tirer:

Milieu et mathématique

Presque tous les auteurs conseillent de ne pas séparer les activités mathématiques de l'ensemble des autres activités scolaires, car on a constaté que le succès ou l'insuccès en maths est fonction d'un contexte dont toutes les variables puissent être contrôlées. Par exemple: les compétences acquises en expression verbale, la compréhension des phénomènes liés au temps, les expériences économiques les plus élémentaires (manipulation effective de l'argent) etc, sont des variables dont l'enseignant doit tenir compte dans son plan de travail.

Certains auteurs ont prévu des projets dans lesquels les unités purement mathématiques sont très limitées, ce qui ne veut pas dire, évidemment qu'on donne moins d'espace aux maths, mais bien au contraire, que toute activité mathématique repose sur des motivations réelles provenant du milieu.

Motivations

Le choix des aspects du milieu est très important afin de donner de la force aux différents types de motivations qui doivent s'enchaîner l'une à l'autre très naturellement si le domaine dans lequel on travaille permet aux enfants des expériences ef-

fectives (le prof. P. Boero les appelle "*campi di esperienza*").

Si on part d'une motivation largement **culturelle** (la famille, les dépenses quotidiennes pour les emplettes, etc.) on peut profiter des compétences acquises par l'enfant: il sait déjà résoudre certains problèmes et une telle prédisposition est une puissante motivation **contextuelle** qui augmente les possibilités de succès dans les activités planifiées à l'école.

La stimulation à connaître sera plus forte si les enfants sont amenés à saisir le sens des situations problématiques avant de savoir les résoudre par des techniques appropriées dont l'apprentissage est justement favorisé par ces motivations **cognitives**. Si la chaîne des motivations est activée, d'autres motivations peuvent être apprises (puisqu'elles ne sont jamais innées!) qui prédisposeront l'enfant à supporter l'apprentissage parfois très lourd des techniques qui exigent des efforts de volonté et de temps d'entraînement remarquables (calcul écrit, suites d'algorithmes, constructions géométriques, etc.)

Activités d'entraînement

Dans ce type d'apprentissage il faut distinguer deux aspects: les acquisitions conceptuelles (le concept de nombre et ses facettes, le sens des différents types de soustraction, le concept de mesure,...) et les procédés (les étapes successives pour effectuer correctement les opérations, pour mesurer,...).

Les auteurs nous confirment (et les programmes 1985 aussi) que l'**apprentissage simultané** de ces deux capacités (compréhension des concepts et habiletés techniques) favorise la "*acquisizione significativa*" recommandée par nos programmes car le contrôle critique des procédés techniques ainsi que leur mémorisation relèvent de la capacité de les lier aux concepts auxquels ils se réfèrent.

Langages

Le **langage verbal** (parlé et écrit) a une importance capitale pour la construction de la pen-

sée surtout pour ce qui concerne les capacités de dresser un projet de solution de problème et d'établir des distinctions entre les concepts et les procédés techniques. La verbalisation n'est pas seulement un moyen d'expression, mais un outil pour orienter et organiser le raisonnement.

Chez tous les auteurs l'explication verbale surtout parlée des raisonnements faits par les enfants pour résoudre un problème est un moment fondamental.

A propos de l'utilisation du **langage algébrique**, c'est-à-dire de l'emploi des symboles numériques et des signes d'opération ($4 - 1 + 1 = 4$; ...: $2 = 20$;) en ligne ou en colonne, certains auteurs recommandent d'agir avec beaucoup de précaution en ayant soin de vérifier constamment que le signifiant (le symbole graphique) ne soit jamais séparé du signifié (le concept représenté par le signe).

Les programmes officiels français prescrivent l' "Utilisation, dans l'ensemble des entiers naturels, des fonctions numériques: $n \rightarrow n + a$ et $n \rightarrow n \times a$, et leurs réciproques; problèmes relevant de ces fonctions" à la fin du cours élémentaire (notre classe de troisième), tandis que nos programmes exigent ces mêmes compétences à la fin du premier cycle. Cependant presque tous les auteurs italiens recommandent de renvoyer l'emploi des symboles canoniques de la division au début du deuxième cycle mais, bien entendu, dans leurs plans de travail les problèmes comportant des situations de partage et de contenance sont présents dès la classe de première, en faisant recours, évidemment à d'autres langages.

Le **langage des graphes** (utilisé depuis longtemps, par M. et Mme Papy) est très recommandé pour représenter de façon rapide et incisive les passages successifs d'un raisonnement.

Le **langage iconique**, ainsi que la **manipulation** d'objets ont été utilisés pour visualiser et mieux comprendre les situations, mais on a constaté qu'ils n'aident que très peu à la résolution des problèmes.

Pour ce qui concerne l'utilisation des **langages de la logique** dans l'enseignement des mathématiques au premier cycle, on peut affirmer que les points de vues des pédagogues, des mathématiciens et des psychologues sont parfois très divergents, ce qui a produit chez les instituteurs, même chez les plus engagés, des attitudes de méfiance à l'égard de toute activité logique dans les classes. Et pourtant les opérations elles-mêmes et leurs propriétés, les relations, les algorithmes, les "raisonnements" qui conduisent à la solution des problèmes, sont des aspects éminemment logiques de l'apprentissage.

Sur la **logique des ensembles** il existe actuellement, au niveau des grands mathématiciens, des querelles acharnées qui ont eu et ont aujourd'hui encore, de remarquables reflets sur l'enseignement des maths, à tel point que même certains chercheurs, très appréciés pour les résultats de leurs études psychopédagogiques, on écarté à priori l'utilisation didactique de la logique des ensembles à l'école élémentaire.

Nos programmes suivent une tendance conciliatrice en recommandant de ne pas faire utiliser aux enfants les symboles formels de cette théorie, mais des notions et des diagrammes ensemblistes pour mieux exprimer et pour visualiser des concepts (appartenance, nombre, opération), des situations problématiques et certains traits d'un raisonnement.

"*Gli elementi di logica e di insiemistica hanno come obbiettivo principale la padronanza dei relativi linguaggi e il loro impiego in contesti significativi*": c'est une affirmation plutôt vague puisque l'ensemble des théories logiques est très vaste. Du moment qu'un nombre croissant d'enseignants utilise des cahiers d'élèves où l'on trouve de nombreux exercices s'inspirant de différentes logiques, il serait opportun d'organiser des cours de recyclage en logique pour en avoir une connaissance moins approximative.

En effet les exercices sur les quantificateurs "tout" et "quel-

que" (mentionnés aussi dans nos programmes) se rapportent à la **théorie des relations** et au **calcul des prédicats**; les exercices concernant la négation et l'implication, deux opérateurs logiques que les enfants de 6 ans emploient couramment (il pleut, il ne pleut pas; rouge - non rouge; s'il pleut, alors...) appartiennent à la **logique des propositions** ou des énoncés.

En général on peut constater qu'il y a une tendance générale à négliger (et parfois à dédaigner) l'importance des sciences logiques en pédagogie et pourtant ce sont ces mêmes sciences qui font marcher les ordinateurs et les machines qui sont en train de transformer notre vie.

LA PLACE DES OPÉRATIONS ET DES TECHNIQUES OPÉRATOIRES

Le but de cette série d'articles est de mettre en évidence les parties des nos programmes de mathématique qui ont une valeur vraiment innovatrice.

Or, de l'avis des auteurs qui connaissent de près la situation générale de notre école primaire, l'innovation la plus remarquable étant de nature structurale, elle risque de ne pas être prise en considération par les opérateurs qui focalisent leur attention sur les menus détails, disons sur les parties et non pas sur l'ensemble du texte ministériel. Il semble donc qu'il serait nécessaire, avant de traiter l'argument des opérations arithmétiques et des techniques opératoires, de jeter un coup d'oeil sur l'ensemble des activités mathématiques proposées par les programmes pour voir quelle est la place de ce secteur dans le plan de travail général du premier cycle.

Deux facteurs fort importants motivent une réflexion sur ce sujet:

- la nouvelle organisation par "moduli" des classes, généralisée dans notre Région favorisant la réalisation d'innovations effectives;
- les résultats des recherches les plus récentes qui nous

confirment que la place des apprentissages "techniques" et des langages formels dans les plans de travail a une influence directe sur le succès ou l'échec des élèves.

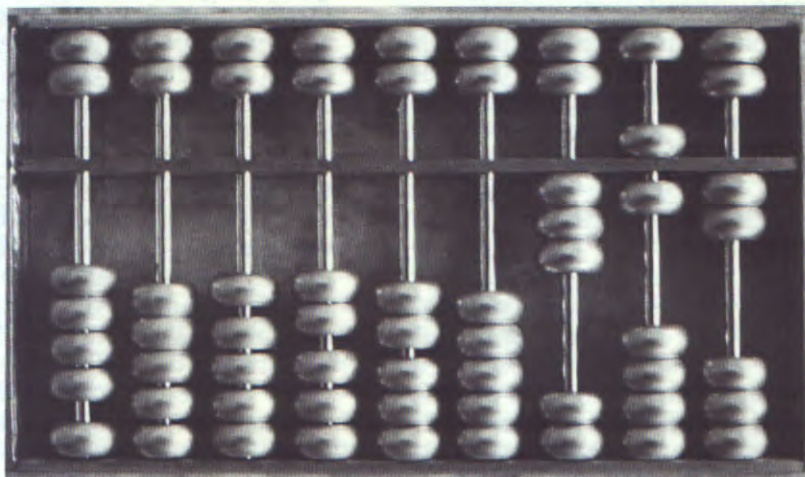
Si on admet le principe que pour fonder cet apprentissage sur des bases solides au point de vue psychologique il faut que les enfants agissent sous l'impulsion d'une **série bien enchaînée de motivations** et que celles-ci relèvent dans la phase initiale des "*campi di esperienza*" dont les choix appartiennent à l'équipe entière des enseignants d'un "*modulo*", le parcours didactique qui conduit aux opérations et aux techniques opératoires pourrait, grosso modo, suivre un itinéraire de ce type:

- situation problématique issue des activités des enfants en famille et à l'école (jeu, travail, étude, etc.)
- recherche de toutes les stratégies connues par les enfants eux-mêmes, pour essayer de la résoudre;
- confrontation de ces stratégies et introduction motivée de nouveaux procédés par
- l'emploi de matériel didactique, structuré ou non et de plusieurs langages (verbal, iconique, des graphes et des diagrammes, etc.) pour bâtir un pont de passage à des phases plus abstraites. C'est à ce moment qu'il est opportun d'élargir le cadre des activités en introduisant des situations problématiques à schéma additif, soustractif, multiplicatif, de partage ou de contenance;
- Passage au langage algébrique proprement dit:
 - a) l'addition et la soustraction et leurs propriétés. Construction progressive des tables de chaque opération. Exercices de mémorisation;
 - b) apprentissage des techniques opératoires par le raisonnement toujours liée au problème motivant l'opération et aux propriétés des opérations mêmes;

c) utilisation systématique et prolongée des compteurs et de différents types d'abaque.

ments de deux ensembles (produit cartésien). Concrétisations: tableau à double entrée, séries d'objets

- division: situations problématiques de partage et de contenance résolues sans recourir à la notation formelle qui exige des passages abstraits hors de la portée des enfants de fin de deuxième.



- Initiation à la multiplication par des problèmes additifs: addition répétée d'un même nombre et passage de la notation additive à la notation multiplicative. Concrétisations: objets disposés en rangs pour mieux accéder à certaines propriétés, etc. La multiplication par des problèmes de construction de couples d'élé-

(jouets, fiches, etc.) à accoupler;
- lente et progressive construction de la table de la multiplication. Exercices de mémorisation;
- passage des notations "libres" à la notation algébrique, etc;
- techniques opératoires de la multiplication (voir point b) ci-dessus);

LECTURES CONSEILLÉES

- **L'insegnamento della matematica nel progetto "Bambini, Maestri, Realtà"** - Par P. Boero, sur le n° 1, janvier 1990, de la revue "*L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*" - Centro ricerche didattiche Ugo Marin, via S. Giacomo 4, 31010 Paderno del Grappa (TV). L'article est accompagné d'une importante bibliographie.

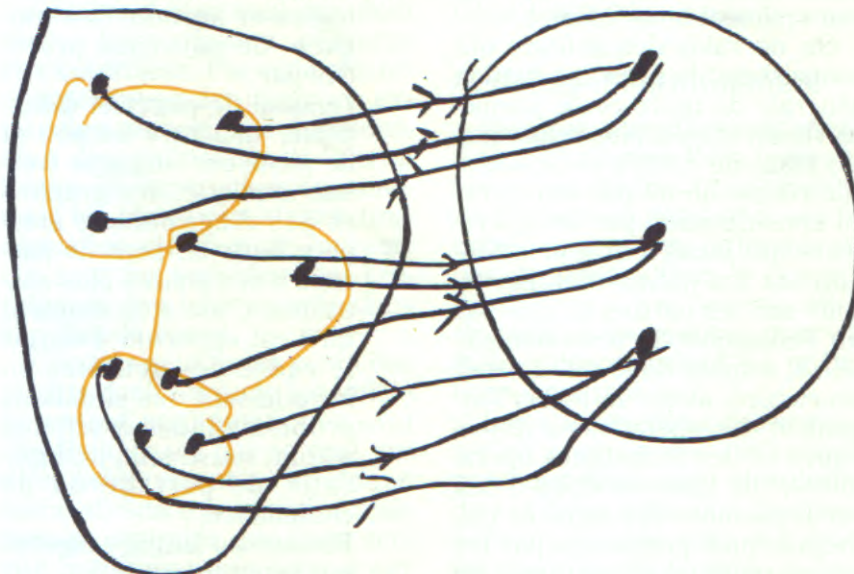
- Odette Bassis, **Mathématique: les enfants prennent le pouvoir- Pratique de la classe**, Education Fernand Nathan, 1984.

- Bruno D'Amore, **Un'ipotesi di curriculum matematico nella scuola elementare secondo i nuovi programmi vol. 1° Franco Angeli, 1986**

- IRRSAE Friuli- Venezia Giulia, **Matematica Piano pluriennale di aggiornamento sui programmi didattici per la scuola elementare.**

supplémento al bollettino 1/89

34/27 Trieste, via Cantù, 10 - tel. (040) 571054



Deuxième distribution équitable de boutons.

Malgré des difficultés d'ordre graphique qui apparaissent clairement, Myriam, 6 ans, 7 mois, a conceptuellement bien compris.

(tiré de LES ENFANTS ET LA MATHÉMATIQUE de Frédérique PAPY, Ed. Marcel DIDIER - 1970)

Notes (1) Caleb Gattegno (1991-1988), membre fondateur de la CIEAEM (Commission Internationale pour l'étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques) épistémologue, collaborateur de J. Piaget dont il a fait connaître l'oeuvre au monde anglo-saxon. Dans les années 50 il avait créé avec Cuisenaire tout un système d'enseignement des mathématiques en utilisant entre autres les réglettes Cuisenaire, que tout le monde connaît. Dès 1966 il a travaillé à New York, à l'Institut de recherches épistémologiques "*Educational Solutions*" que lui même avait fondé.